

## Clase práctica 13 (22/09)

**Exercise 0.1.** Sean  $X, Y$  con función de densidad conjunta:

$$f(x, y) = 2e^{-(x+2y)} \cdot I_{(0,+\infty)}(x)I_{(0,+\infty)}(y)$$

Calcular la probabilidad de que  $Y$  sea mayor que  $X$ . Son  $X$  e  $Y$  independientes?

**Exercise 0.2.** Si la densidad conjunta de  $X, Y$  esta dada por la siguiente densidad

$$f(x, y) = c \cdot xy \text{ para } 0 < x < 1, 0 < y < 1, 0 < x + y < 1.$$

Cuál es la constante  $c$ ? Son  $X$  e  $Y$  independientes? Cuales son las marginales?

**Exercise 0.3.** Quicksort es un algoritmo de ordenamiento, si se le dan  $n$  distintos valores (reales, enteros, etc) desordenados y queremos ordenarlos de menor a mayor, el algoritmo es el siguiente:

1. Si  $n = 2$  entonces se comparan ambos valores y se los ordena.
2. Si  $n > 2$  entonces se elige un valor al azar y se lo compara contra todos los otros, se pone a los menores en un conjunto y a los mayores en otro conjunto.
3. Se itera el en cada conjunto más pequeño (Divide and Conquer).

Se define la variable aleatoria

$$X = \text{'número de comparaciones que necesita Quicksort para ordenar } n \text{ valores'}$$

Cuál es la esperanza de  $X$ ?

**Exercise 0.4.** El siguiente es un juego entre dos jugadores, cada uno tira un dado, el que saca el número más bajo pierde y debe pagarle 1 (una unidad) al otro jugador. Si sacan el mismo número empatan y nadie recibe ni paga nada. Se observa a un jugador jugar este juego y se definen:

$$X = \text{'unidades que recibe (o paga, negativo) el jugador en una tirada'}$$

$$Y = \text{'hay un empate'}$$

Probar que  $X$  e  $Y$  no son independientes, pero sin embargo su covarianza no es nula.

**Exercise 0.5.** Sean  $(X_1, \dots, X_r)$  con distribución multinomial de parámetros  $(n, p_1, \dots, p_r)$ . Probar que si  $i \neq j$  entonces  $X_i$  y  $X_j$  están negativamente correlacionados y calcular su covarianza.